

# Umiejętność 1.8 - Rozpoznawanie Liczb Wymiernych

Umiejętność wymaga: 1.1 1.2

## Definicja Liczb Wymiernych

- **Liczby Wymierne:** Są to liczby, które można wyrazić jako iloraz dwóch liczb całkowitych, gdzie mianownik jest różny od zera. Oznaczamy je symbolem  $Q$ .
- **Postać Liczby Wymiernej:** Każda liczba wymierna może być zapisana w postaci  $\frac{a}{b}$ , gdzie  $a$  i  $b$  są liczbami całkowitymi, gdzie  $b \neq 0$ .

## Przykłady Liczb Wymiernych

- **Proste Ułamki:** Przykłady liczb wymiernych to:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{-5}{6}$ , 2 (jako  $\frac{2}{1}$ ), 0 (jako  $\frac{0}{1}$ ).
- **Liczby Całkowite jako Wymierne:** Każda liczba całkowita jest również liczbą wymierną, ponieważ można ją zapisać jako ułamek o mianowniku równym 1 (np. 4 jako  $\frac{4}{1}$ ).

## Cechy Liczb Wymiernych

- **Rozwinięcie Dziesiętne:** Rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej jest albo skończone, albo okresowe.
- **Porządek na Osi Liczbowej:** Liczby wymierne są uporządkowane na osi liczbowej i pomiędzy każdymi dwoma różnymi liczbami wymiernymi można znaleźć nieskończoną liczbę innych liczb wymiernych.

## Jak Rozpoznać Liczby Wymierne

- **Ułamki i Dzielenie:** Jeśli liczba może być zapisana w formie ułamka  $\frac{a}{b}$  (gdzie  $a$  i  $b$  są całkowite i  $b \neq 0$ ) jest liczbą wymierną.
- **Rozwinięcie Dziesiętne (patrz Um. 1.10):** Sprawdzenie, czy rozwinięcie dziesiętne liczby jest skończone lub okresowe, co sugeruje, że liczba jest wymierna.

## Liczby Wymierne w Postaci Okresowej

- **Rozwinięcia Okresowe:** Liczby wymierne, które nie mają skończonego rozwinięcia dziesiętnego, są liczbami okresowymi. Oznacza to, że po pewnym miejscu w rozwinięciu dziesiętnym zaczyna się powtarzać pewien cykl cyfr. Na przykład, liczba  $\frac{1}{3}$  ma rozwinięcie dziesiętne  $0.(3)$ , gdzie cykl "3" powtarza się w nieskończoność.
- **Jak rozpoznać liczbę wymierną w postaci okresowej:**
  - \* Jeśli rozwinięcie dziesiętne liczby jest okresowe, to liczba ta jest wymierna.
  - \* Każdą liczbę wymierną można zapisać w postaci ułamka zwykłego  $\frac{a}{b}$ , gdzie  $a$  i  $b$  są liczbami całkowitymi, a  $b \neq 0$ .
- **Przykłady Liczb Wymiernych w Postaci Okresowej:**
  - \*  $\frac{2}{3} = 0.(6)$  (cykl "6" powtarza się).
  - \*  $\frac{7}{11} = 0.(63)$  (cykl "63" powtarza się).
  - \*  $\frac{1}{7} = 0.(142857)$  (cykl "142857" powtarza się).
- **Dlaczego liczby wymierne mają rozwinięcie okresowe?:**
  - \* Rozwinięcie okresowe wynika z tego, że w procesie dzielenia liczby  $a$  przez  $b$  (gdzie  $\frac{a}{b}$  to liczba wymierna), w pewnym momencie reszty zaczynają się powtarzać. To prowadzi do powstania okresowego cyklu cyfr w rozwinięciu dziesiętnym.

### Zadanie 1

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$\sqrt{4}, \quad \frac{5}{7}, \quad \pi, \quad 2.5, \quad \sqrt{2}$$

### Zadanie 2

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$0.5, \quad \frac{11}{3}, \quad e, \quad 1.414213\dots, \quad -\frac{8}{4}$$

### Zadanie 3

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$0.(6), \quad \sqrt{9}, \quad \frac{22}{7}, \quad 0.1428464839439434838457\dots, \quad -\sqrt{3}$$

### Zadanie 4

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$2, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad 3.75, \quad \sqrt{5}, \quad -\frac{4}{2}$$

### Zadanie 5

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$\frac{7}{4}, \quad 0.999\dots, \quad \sqrt{16}, \quad 2.333\dots, \quad \frac{0}{5}$$

### Zadanie 6

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$\frac{-6}{9}, \quad 3.(7), \quad \frac{4}{0}, \quad 1.25, \quad \sqrt{10}$$

### Zadanie 7

Które spośród podanych liczb są wymierne?

$$\frac{3}{4}, \quad \sqrt{7}, \quad 4.5, \quad -\frac{5}{6}, \quad 0.(01)$$

## Odpowiedzi

### Zadanie 1

Wymierne:  $\sqrt{4} = 2$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $2.5$ .

### Zadanie 2

Wymierne:  $0.5$ ,  $\frac{11}{3}$ ,  $-\frac{8}{4} = -2$ .

### Zadanie 3

Wymierne:  $0.(6)$ ,  $\sqrt{9} = 3$ ,  $\frac{22}{7}$ .

### Zadanie 4

Wymierne:  $2$ ,  $3.75$ ,  $-\frac{4}{2} = -2$ .

### Zadanie 5

Wymierne:  $\frac{7}{4}$ ,  $0.999\dots$ ,  $\sqrt{16} = 4$ ,  $2.333\dots$ ,  $\frac{0}{5} = 0$ .

### Zadanie 6

Wymierne:  $\frac{-6}{9}$ ,  $3.(7)$ ,  $1.25$ .

### Zadanie 7

Wymierne:  $\frac{3}{4}$ ,  $4.5$ ,  $-\frac{5}{6}$ ,  $0.(01)$ .